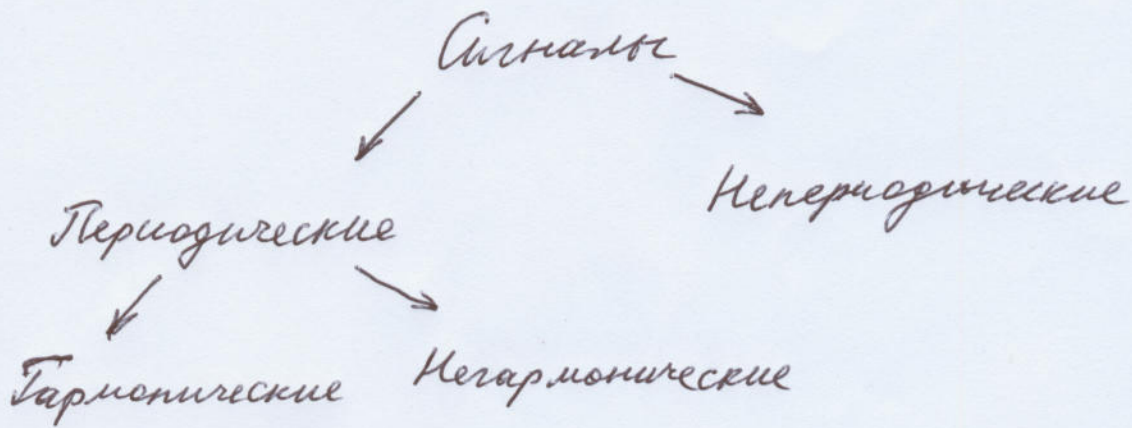
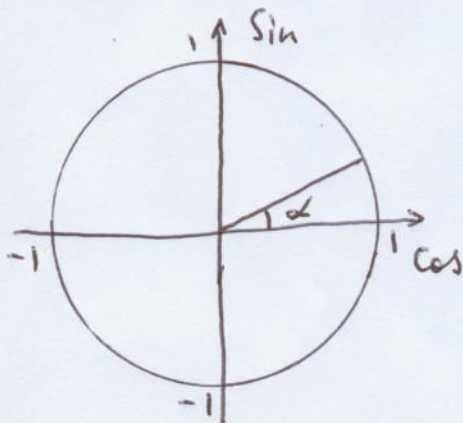


Сигналы. Математическое представление.

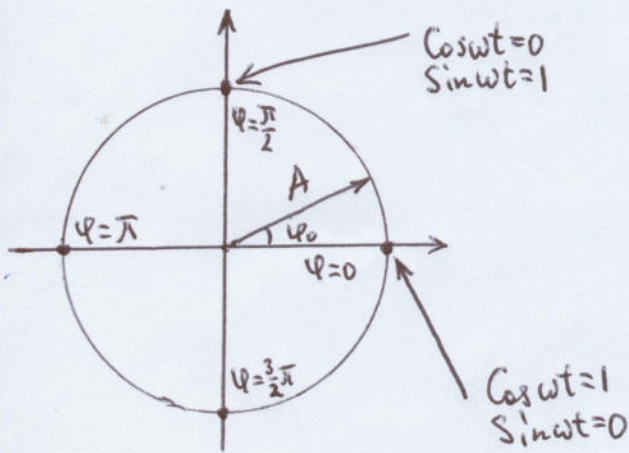
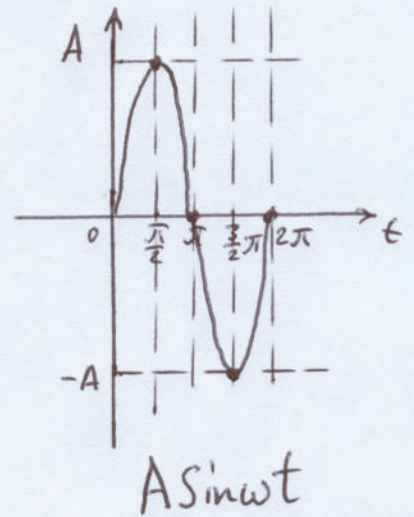
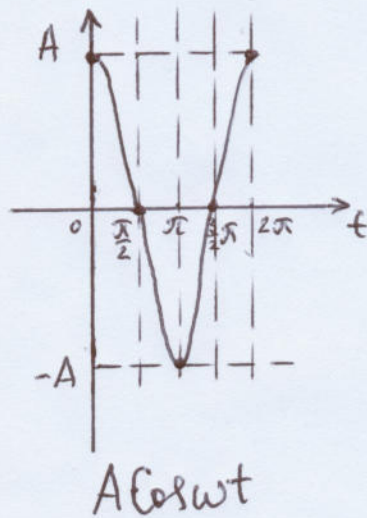


$$S(t) = A \sin(\omega t + \varphi_0)$$

$$S(t) = A \cos(\omega t + \varphi_0)$$



$$\sin \alpha = \cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)$$



Вращение вектора A .
Проекция на ось.

A - амплитуда сигнала
 $\omega = 2\pi f$ - угловая частота
 $f = \frac{1}{T}$ - частота цикловая
 T - период колебаний
 φ_0 - начальная фаза

Параметры сигнала

$P(t)$ - мгновенная мощность сигнала

E - энергия сигнала на интервале $t_1 < t < t_2$

P_{cp} - средняя мощность сигнала на интервале $t_1 < t < t_2$

$$P(t) = S^2(t)$$

$$E = \int_{t_1}^{t_2} P(t) dt = \int_{t_1}^{t_2} S^2(t) dt$$

$$P_{cp} = \frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} S^2(t) dt$$

$$D = 10 \lg \frac{P_{max}}{P_{min}}$$

- Динамический диапазон

P_{max} - наибольшая мгновенная мощность сигнала

P_{min} - наименьшая мощность сигнала, которая необходима для обеспечения заданного качества передачи данных.

T_c - длительность сигнала - интервал времени, на котором он существует.

ΔF - ширина спектра сигнала - определяет скорость изменения сигнала в диапазоне времени T_c .
В ΔF сосредоточена основная энергия сигнала.

Например, для КТЧ $\Delta F = 3,4 \text{ кГц} - 0,3 \text{ кГц} = 3,1 \text{ кГц}$.

$$SNR = \frac{P_c}{P_m} = \frac{P_{signal}}{P_{noise}} = \left(\frac{A_{signal}}{A_{noise}} \right)^2 = \frac{S}{N}$$

Отношение сигнал/шум

P_c - мощность полезного сигнала

P_m - мощность шума

Спектр сигнала

$S(t)$ - временное представление сигнала.

$S(\omega)$ - частотное представление сигнала.

$$S(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} s(t) e^{-j\omega t} dt \quad - \text{ прямое преобразование Фурье.}$$

Функция $S(\omega)$ - спектральная плотность, которая показывает ~~раз~~ распределение энергии сигнала по частотам.

Например для АБГМ $S(\omega)$ одинакова во всем диапазоне наблюдаемых частот.

$S(t)$ и $S(\omega)$ - это сумма бесконечного ряда гармонических составляющих.

$$S(t) = \sum_{l=0}^{n \rightarrow \infty} A_l S_{el}(t)$$

Сложный негармонический сигнал простые гармонические сигналы - разложение сложного сигнала на простые в ряд Фурье.

Совокупность коэффициентов $\{A_l\}$ - спектр сигнала

Система функций $\{S_{el}(t)\}$ - базис разложения

$A_l S_{el}(t)$ - спектральная составляющая

$S_{el}(t)$ - простейший сигнал.

Ортогональность - ортогональность и нормированность.

$$\int_0^{T_c} s_i(t) s_j(t) dt = 0$$

$$i, j = \overline{0..n}, i \neq j$$

ортогональность

$$\int_0^{T_c} s_i(t) s_j(t) dt = \begin{cases} 1, & i=j \\ 0, & i \neq j \end{cases}$$

$$i, j = \overline{0..n}$$

ортогональность

Спектр сигнала. Пример.

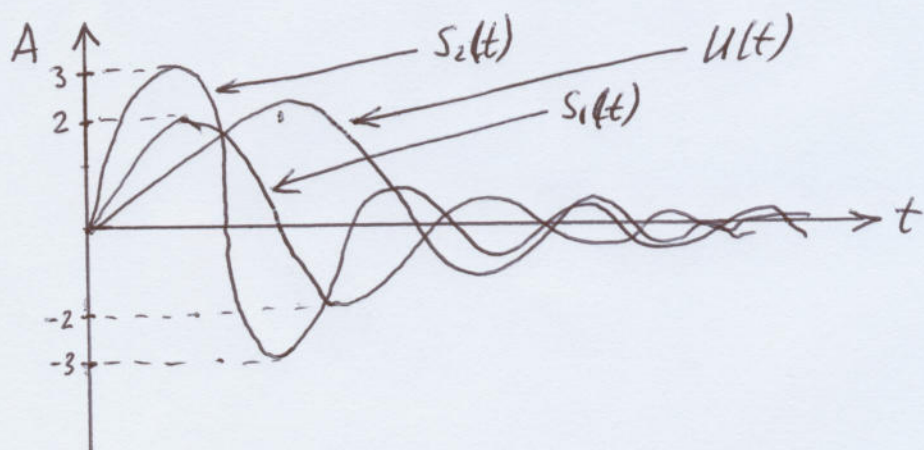
Базисные функции $S_k(t)$ должны быть ортонормированными.
В качестве базисных функций могут быть использованы:

$$\sin k\omega t \text{ и } \cos k\omega t, \text{ где } k = 1, 2, 3, \dots$$

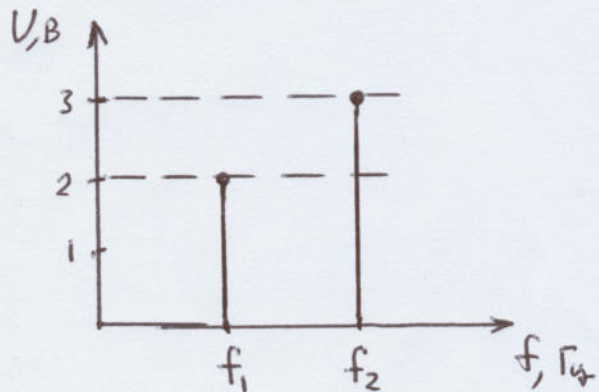
Пример разложения сложного сигнала

$$U(t) = S_1(t) + S_2(t) = 2 \sin(t) + 3 \sin(2t)$$

$S_1(t)$ и $S_2(t)$ - гармоники сигнала.



Амплитудный спектр сигнала - амплитуды всех гармоник
Фазовый спектр сигнала - совокупность начальных фаз всех гармоник.



Амплитудный спектр
показывает распределение
амплитуд в зависимости
от частоты.

Ширина спектра сигнала

База сигнала $B = T_c \Delta F$

$B > 1$ больше — лучше.

T_c и F обратно пропорциональны.

- 1) $F \downarrow T_c \uparrow$ — низкочастотный сигнал, длительный
- 2) $F \uparrow T_c \downarrow$ — короткий сигнал с узким спектром существовать не может.

Бесконечный сигнал с широким спектром:

1. АБГМ.
2. Длинная ПСП.

Объем сигнала $V = \Delta F T_c D = B D$ — характеризует пропускную способность канала.

Увеличение V :

1. $T_c \uparrow$ — снижается реальная скорость ПА.
2. $P_{\max} \uparrow$ — повышение энергии сигнала.
3. $\Delta F \uparrow$ — расширение спектра сигнала.

Определяет пригодность канала связи.

Бесконечное расширение спектра невозможно.

$C = \Delta F \log(1 + \text{SNR})$ — Формула Шеннона, Теорема Шеннона — Хартли

При $\Delta F \rightarrow \infty$ должна расти C .

C — пропускная способность канала.

Для канала с АБГМ существует ограничение

$C_{\max} \approx 1,44 \cdot \Delta F \cdot \text{SNR}$ — Предел Шеннона.